

中高一貫校の数学カリキュラムと指導法(2)

— 高等学校学習指導要領一部改正に伴う高校数学教科書(3種)改訂内容の比較検討 —

吉 村 浩 (本郷中学・高等学校教諭)

1. はじめに

1960年代以降の「中学・高等学校学習指導要領(数学)⁽¹⁾⁽²⁾」における学習項目の増減を見ると、現行の学習指導要領(中学校: '02全面実施、高等学校: '03実施)における学習項目が最も少ない。一方において「中高生の学力低下の問題」や「現行課程で発展的内容である項目・旧々課程の項目を入学試験で扱う大学⁽³⁾」の出現がある。2003.12月の中学・高等学校学習指導要領の一部改正は、「学力低下」「ゆとり教育」を懸念する世論を受ける形で、教科書の「発展」については学習指導要領を超えた内容の記述をある程度可能にした。

「中高一貫校の数学カリキュラムと指導法⁽⁴⁾」において、'06年度用検定済中学改訂教科書(1種)・検定外教科書(3種)について、「中学課程のはじめ規定」外の内容比較調査を行った。この結果、2006年度から可能になった中学校学習指導要領に示されていない内容の「発展」というかたちの脚注・章末・巻末配置の数は、調査対象の検定済中学改訂教科書⁽⁵⁾で、数量分野で20、図形分野8に上った。また、3種の検定外教科書⁽⁶⁾⁽⁷⁾⁽⁸⁾が共通して取り上げている「はじめ規定」外の内容は、上にあげた項目以外に「連立1次不等式」「球の表面積と体積」「2つの円」等の十数項目があった。さらに、各高校において入試問題作成や高校入学後指導の際、どのような用語に配慮が必要か(yについて解く、定義域・値域、中線・・・等)についての一覧表を作成し、高校数学への接続と関係する指導上の留意点をまとめた。

これを受ける形で本年度、'03実施である現行課程(数学) (数学A)について、現行('06年度まで)の高等学校教科書と'07年度用高等学校改訂教科書(各3種)についての比較調査を行った。目的は以下の2つである。

今回の改訂において、高等学校教科書の、どの部分が、どの程度に変化したのかについて、比較検討を行い、その特徴を整理すること。

の結果を各中学・高等学校が中高一貫の数学カリキュラムをより合理的に設計するための基本資料として提供し、共有化すること。

調査対象書籍は以下の通りである。

「数学 010」「改訂版 数学 030」「数学A 010」「改訂版 数学A 030」⁽⁹⁾ 数研出版
 「数学 001」「数学 021」「数学A 001」「数学A 021」⁽¹⁰⁾ 東京書籍
 「数学 007」「数学 改訂版 027」「数学A 007」「数学A 改訂版 027」⁽¹¹⁾ 啓林館

2. 高等学校用改訂版教科書(3種)に共通する変化

(1) 高等学校学習指導要領における「発展的な内容」の位置づけの変化

高等学校学習指導要領、第2章、第4節「数学」、第3款「各科目にわたる指導計画の作成と内容の取り扱い」の「2 内容の取扱いに当たっては、次の事項に配慮するものとする。」において、「(3)各科目の内容の取扱いのうち内容の範囲や程度等を示す事項は、当該科目を履修するすべての生徒に対して指導するものとする内容の範囲や程度を示したものであり、学校において必要がある場合には、この事項にかかわらず指導することができること。」を新たに加える一部改正が行われた(2003年12月)。

これに伴い、2007年度から使用される高等学校数学科用文部科学省検定済教科書では「発展」として、「現行の学習指導要領でそれ以前のものから削られたもの」、「学習指導要領のはじめ規定にかかわるもの」、「学習することによって本文の内容をより深く理解できるもの」を精選して取り上げることが可能になった。

(2) 改訂版教科書における「発展的な内容」の扱われ方の変化

(数学) (数学A)で扱われている「発展的な内容」の、改訂前・改訂後の変化について、3種の教科書⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾の比較対照表(表1)を作成した。これを用いて変化の内容を見る。

3種の教科書の中で共通して扱われている「発展的な内容」

該当内容((表1)の)の改訂前 改訂後の比較を行うと、(数学)では3 12、(数学A)では0 10と大幅に増加している。

「グラフの平行移動」等の改訂前からあった内容に加わる形で、改訂後は(数学)では「複2次式の因数分解」「2重根号」「絶対値を含む不等式」「グラフの対称移動」「放物線と直線の共有点」「2次方程式の解の存在範囲」「ヘロンの公式」ほか計12項目、(数学A)では「重複を許して取る組合せ」「三角形の垂心・傍心」「メネラウス・チェバの定理」ほか計10項

目が共通して取り扱われている。

別冊(教科書補充用の冊子)を含んで共通して扱われている「発展的な内容」

該当内容(表1)の改訂前 改訂後の比較を行うと、以外に(数学)では0 6、(数学A)では0 2とこちらも増加している。

改訂後(数学)では「解と係数の関係」「定義域に文字を含む2次関数の最大・最小」「絶対値を含む関数のグラフ」「対称式(2・3変数)」「分数式とその計算」「方程式の整数解」の6項目、(数学A)では「3つの集合の和集合の要素の個数」「積事象の確率(条件つき確率 $P_A(B)$)」の2項目が共通して取り扱われている。

3. 高等学校用改訂版教科書(3種)それぞれの特徴と指導上の関連する事柄

'06年度までの教科書の各章・節・項のタイトルと用語(左)、『07年度用改訂版教科書の変更部分とその内容(右)』という形で「学習内容配列の比較対照表」(表2-1)～(表2-3)を作成した。これと(表1)とを用いて、各改訂版教科書の特徴を見る。

(1)「改訂版 数学 030」「改訂版 数学A 030」⁽⁹⁾ 数研出版

教科書の中で扱われている「発展的な内容」の変化と指導上の関連する事柄

教科書の中で扱われている「発展的な内容」の改訂前 改訂後の比較(表1)を行うと、(数学)では8 13、(数学A)では7 12と増加している。

(数学)「係数に文字を含む2次関数の最大・最小」等は従来通り教科書の例題で扱われており、従来からの安定した構成を生かしている点を意識して活用したい。またCOLUMNでは、平方根の近似値を実際に求める手段である「開平法」等を新たに紹介している。なお、(数学A)「三角形の垂心・傍心」「メネラウスの定理」は「練習問題・節末問題の注意」として扱われており、指導上重要と判断する場合には生徒に注意を促す配慮が必要になる。将来的には「本文」または「研究」等で扱って欲しい部分である。

その他の代表的な特徴と指導上の関連する事柄

(数学A)「三角形の辺と角の大小関係・3辺の長さの性質」は節の最後に移動し、生徒が段階を踏んで思考を行いやすい配置が図られており、教科書に沿った指導が行いやすくなっている。

(数学A)教科書の後見返しに、「中学校で学ぶ平面図形の基本事項」が改訂前・後共に掲載されている。生徒が既習事項を踏まえつつ学習を進める上で活用させたい部分である。

また、本書の特徴として、教科書とは別に、別冊(教科書と同形式の補充用冊子('06年度までのもの・'07年度用のもの))が用意されている。別冊('07年度用のもの)では(表1)の(数学)8項目(「2次方程式の共通解」等)、(数学A)3項目(「式の計算と証明(連続2・3整数の積・倍数)」等)および、(表2-1)(表2-3)の内容(「2つの変数を含む式の最大・最小」「三角形の面積と(線分の長さの)比」等)も扱われている。必要に応じた形で、発展的な内容について幅広い学力の増進を図るのに有効と考える。

(2)「数学 021」「数学A 021」⁽¹⁰⁾ 東京書籍

教科書の中で扱われている「発展的な内容」の変化と指導上の関連する事柄

教科書の中で扱われている「発展的な内容」の改訂前 改訂後の比較(表1)を行うと、(数学)では6 15+5、(数学A)では3 14+3と大幅に増加している(+の項目数は巻末発展)。

(数学)「2次方程式の判別式・解と係数の関係」ではDを「2次方程式の判別式」という用語と合わせて示している。巻末発展として(数学)では「グラフの拡大・縮小」等、(数学A)では「「すべて」と「ある」の否定」等を数多く取り上げ、発展的な内容についての学力の増進を図る姿勢を教科書の中で明確に打ち出している。発展的な内容を取り上げたい場合に、教科書だけで数多くの内容を指導できる点に特徴があり、これを有効に活用したい。

その他の代表的な特徴と指導上の関連する事柄

(数学A)「(参考):(三角形の)辺と角の大小関係」で、従来の「辺 角の大小」に、「角 辺の大小」「三角形の3辺の長さの関係」が定理として加えられ、辺や角の関係が定理としてより明確に整理されたことで、教科書に沿ったかたちでの指導が行いやすくなっている。

教科書の後見返しに、「中学校で学んだ基本事項」が(数学)(数学A)共に学習内容に対応する形で改訂前・後共に掲載されている。生徒が既習事項を踏まえつつ学習を進める上で活用させたい部分である。

なお、本書の大きな特徴として従来「道しるべ」(見開き2ページを用いて各章で学ぶ内容を考えるに至った人々の工夫の歩みとその意義を示し、各章の導入とするもの)があったが、今回これが姿を消した。「数学的なものの見方・考え方の良さ」とは具体的には一体どんなものなのか? が平易な言葉でかつ端的に表現されている独自性を持つ部分であるだけに、これを惜しむ現場の声も聞かれる。授業で新たな章に入る際の導入として、従来版の「道しるべ」は、大いに活用したい素材と考える。発展的内容の一部別冊化と合わせる等の工夫による「道しるべ」の復活を望みたい。

(3)「数学 改訂版 027」「数学A 改訂版 027」⁽¹¹⁾ 啓林館

教科書の中で扱われている「発展的な内容」の変化と指導上の関連する事柄

教科書の中で扱われている「発展的な内容」の改訂前 改訂後の比較(表1)を行うと、(数学)では6 16、(数学A)では6 13と増加している。

(数学)「三角形の内接円・正四面体の内接球」では、三角形の内接円の半径の考え方に止まらず、正四面体の内接球の半径の考え方と対比させる構成になっており、2次元での見方を3次元に拡張利用する考え方の有効性を生徒に実感させる素材として強調したい。

なお、「定義域に文字を含む2次関数の最大・最小」では、巻末に付録キットが用意されており、章末問題を実際に実験で確かめさせる仕組みを有効に活用したい。

その他の代表的な特徴と指導上の関連する事柄

(数学A)「三角形の辺と角の大小関係の証明」を本文から研究へと移動し、生徒が段階を踏んで思考を行いやすい配置が図られており、教科書に沿った指導が行いやすくなっている。<Beyond Math>では「車は急に止まれない(2次関数)」「バーコード(組合せ)」など現実社会との繋がりを実感させる新たな素材が取り上げられている。(数学A)教科書の後見返しに、「(中学校で学ぶ)図形のまとめ」が従来よりも拡充された形で掲載されている。生徒が既習事項を踏まえつつ学習を進める上で活用させたい部分である。

また、本書の特徴として、教科書とは別に、別冊(B5サイズのサブテキスト)を用意している。別冊では(表1)の(数学)5項目(「方程式の整数解」は「整数問題」として「証明(6の倍数である)」と合わせて扱う)、(数学A)2項目および、(表2-2)の内容(「(整式の)約数・倍数」等)他が多く扱われている。必要に応じた形で、発展的な内容について幅広い学力の増進を図るのに有効と考える。

4. まとめ

2003年12月の学習指導要領の一部改正に伴う「高校数学教科書(3種)改定内容の比較検討」によって、次の2つの変化を確認することができた。

1つ目の変化は、「発展的な内容」の位置づけの変化に伴う高等学校教科書⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾の改訂前(改訂後('07年度用)の「発展的な内容」共通項目数の大幅増である。具体的には、以下の通りである。

3種の教科書の中で共通して扱われている項目数では、(数学)3 12、(数学A)0 10

別冊を含んで共通して扱われている項目数では、 以外に(数学)0 6、(数学A)0 2であった。

これに伴い学習指導上の改善が可能になる事柄から代表的なものを2例挙げる。「放物線と直線の共有点」が中学校教科書改訂⁽⁵⁾に呼応する形で今回(数学)で復活した。これによって(数学)「円と直線の共有点」への接続がより段階を踏んだ自然なものになった。(数学A)では「メネラウス・チェバの定理(図形の基本性質から証明する)」が3種教科書で共通して扱われた。やはり旧課程内容の復活である。これによって(数学B)「ベクトル」において、単なる解法テクニックの比較ではない形で、ベクトルと平面図形のそれぞれの考え方の良さを教科書に沿った形で学ぶことが可能になった。

2つ目の変化は、各教科書が、コラム・参考・Beyond Math・巻末付録キット等を数多く補充する形で、「数学的なものの見方・考え方の良さ」を「身の回りの現象・技術」や「観察・実験」と結びつけて伝えるための素材提供により力を入れている点((表2)参照)である。

これらの試みが、今後各教育現場でどのように活用されるのか、また'08年度用高等学校改訂教科書(数学)(数学B)(数学C)における内容の扱われ方にどのように接続されていくのかを注目したい。

最後に、本調査にあたっては多くの関係者の方々のご協力を頂戴した。厚く御礼申し上げたい。

<参考文献>

⁽¹⁾文部省(各告示年)『中学校学習指導要領』

⁽²⁾文部省(各告示年)『高等学校学習指導要領』

⁽³⁾京都大学(2005)平成19年度入学者選抜における学力検査実施教科・科目等について

⁽⁴⁾吉村浩(2006)中高一貫校の数学カリキュラムと指導法

- 3種の検定教科書(中学課程内容を含む部分)の特徴についての比較調査 -

平成17年度在京委託研究報告書、平成18年度全国私立中学高等学校数学教育研修会資料、日本私学教育研究所

⁽⁵⁾杉山吉茂・俣野浩ほか(2005検定済)『新編 新しい数学1・2・3』東京書籍

⁽⁶⁾岡部恒治ほか(2006)『改訂版 体系数学 ・ <代数編> <幾何編>』数研出版

⁽⁷⁾大森隆夫ほか(2004)『精解中学数学<代数編> <幾何編>』学習研究社

⁽⁸⁾南風原朝和・岡本和夫・小関熙純ほか(2006)『システム中学数学 ・ 』啓林館

⁽⁹⁾加藤順二ほか(2002検定済)『数学 010』、川中宣明ほか(2006検定済)『改訂版 数学 030』、

川中宣明ほか(2002検定済)『数学A 010』、坪井俊ほか(2006検定済)『改訂版 数学A 030』数研出版

⁽¹⁰⁾飯高茂・松本幸夫ほか(2002検定済)『数学 001』、(2006検定済)『数学 021』、

飯高茂・松本幸夫ほか(2002検定済)『数学A 001』、(2006検定済)『数学A 021』東京書籍

⁽¹¹⁾山本芳彦ほか(2002検定済)『数学 007』、宮西正宣ほか(2006検定済)『数学 改訂版 027』、

山本芳彦ほか(2002検定済)『数学A 007』、宮西正宣ほか(2006検定済)『数学A 改訂版 027』啓林館

表1 高等学校数学(改訂)教科書における「発展的な内容*」の扱われ方の「変化」 比較対照表
 (*「高等学校学習指導要領」との比較)

3種の教科書('07年度用)で扱われている

発展的な内容の中で

:教科書の中で共通して扱われている発展的な内容

:(別冊)を含んで共通して扱われている発展的な内容

扱われ方の分類… +:追加, -:削除, :継続

発:発展, 研:研究, 参:参考

応例:応用例題, 例:例題

教科書	発展的な内容 ゴシックは新たに共通扱いとなったもの	扱われ方の分類			*の部分に対する 補足説明
		S(数研出版) (別):別冊	T(東京書籍)	K(啓林館) (別):別冊	
数学	複2次式の因数分解	+発	+発	+発	
	2重根号	+発	+発	+発	
	絶対値を含む不等式	+研	参	+研	
	解と係数の関係	(別)	+発*	(別)	(T)2次方程式の判別式:用語として使用
	グラフの平行移動	研*	参	研*	(S)発展 研究 (K)補充 研究
	グラフの対称移動(x軸, y軸, 原点)	研*	+参	研*	(S)発展 研究 (K)補充 研究
	係数に文字を含む2次関数の最大・最小	応例*		研	(S)教科書の応用例題(継続)
	定義域に文字を含む " の最大・最小	(別)	例*	+付録*	(T)教科書の例題(継続) (K)付録キット(追加)
	放物線と直線の共有点	+発	+発	+発	
	絶対値を含む関数のグラフ	(別)*	参	(別)	(S)y= x-1 は教科書(追加)
2次方程式の解の存在範囲	応例*	+例*	研	(S)教科書の応用例題で放物線問題として(継続) (T)教科書の例題(追加)	
・2次不等式の因数分解による解法*		+参	-	*2因数・それらの積の正負の表を用いた説明	
・360°までの三角比			+発*	(K)sin240°, cos240°, tan240°	
・三角形の形状*	(別)		+発	*a=bの二等辺三角形, C=90°の直角三角形 等	
三角形の内接円と面積	応例*	+発	+発*	(S)三角柱の内接球として(継続) (K)正四面体の内接球との対比	
円に内接する四角形の面積	応例	+例*	+例	(T)巻末発展:ブラマグバタの公式を導く	
ヘロンの公式	+発	+発	+発		
体積:半球=円柱-円錐	COLUMN	参	本文		
球:体積と半径から表面積を導く	COLUMN	本文	本文		
対称式(2・3変数,基本対称式で表す)	(別)	+巻末発展	(別)		
分数式とその計算	(別)	+巻末発展	(別)		
・グラフの拡大・縮小*		+巻末発展		*2次関数のグラフはすべて相似:y=f(x)を原点中心にk倍y=kf(x/k)	
方程式の整数解	(別)	+巻末発展	(別)		
・2次方程式の共通解	(別)				
数学A	3つの集合の和集合の要素の個数	(別)	+発	+発	
	・部屋割り論法(鳩の巣原理)	COLUMN	+参		
	$C_n^0+C_n^1+C_n^2+\dots+C_n^n$ とパスカルの三角形	本文	+本文	+研	
	重複を許して取る組合せ	+研	参*	+発*	(T)拡充 (K) $nHr=n+r-\dots-Cr$ まで
	$(a+b+c)^n$ の展開式	研*	+例	例*	(S)(K)!(同じものを含む順列)を用いて
	積事象の確率(条件つき確率 $P_A(B)$)	+発	+巻末発展	(別)	
	・クラスの中で同じ誕生日の人がいる確率		+参*	Colum*	(T)(K)余事象の確率の利用例として(コラム的な内容)
	・宝くじの期待値		+参		(T)(コラム的な内容)
	三角形の垂心	注意*	+本文	本文	(S)節末問題の注意として
	三角形の傍心	+注意*	+参*	+Colum*	(S)練習問題の注意として (T)(K)傍接円
	メネラウスの定理	+注意*	本文	+研	(S)節末問題の注意として
	チェバの定理	+研究	本文*	+研	(T)チェバの定理の逆も扱う
	・オイラー線*			+研	*三角形のO外心・G重心・H垂心(GH=2OG)
	三角形の辺と角の大小関係	本文*	+参*	研*	(S)節の最後に移動 (T)角 辺:「定理」(追加)
	(辺 角,角 辺)を「定理」として				(K)本文 研究に移動
三角形の2辺の和と差を「定理」として	本文*	+参	本文	(S)節(三角形の性質)の最後に移動	
方べきの定理の逆を「定理」として	本文	+本文*	研	(T)「定理」の扱いにする (K)本文 研究に移動	
・証明(連続2整数・3整数の積・倍数)	(別)		(別)		
・「すべて」と「ある」の否定	(別)	+巻末発展			
・九点円の定理		+巻末発展			